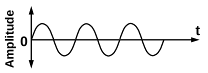
Filterung von Messignalen

Hermann Schwameder



Inhaltspunkte

- Fourier Transformation
- Sampling Theorem
- Signal versus Rauschen
- Digitale Filter - Glätten von Daten
- Tiefpassfilter bei kinematischen Daten
- Bestimmung der cut-off Frequenz

Prof. Hermann Schwameder

2

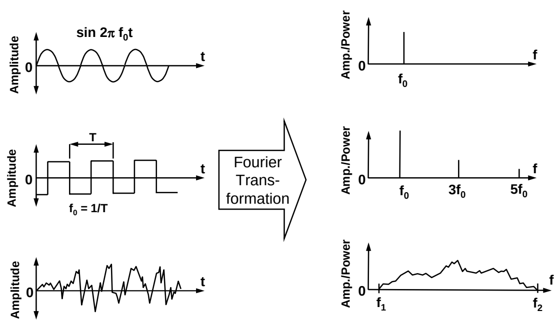
Fourier Transformation

- Jede Kurve kann durch Aufsummieren von Sinus- oder Cosinuskurven erzeugt werden.
- Die Fourier Transformation periodischer Signale besteht aus diskreten Frequenzen, während die Fourier Transformation nicht periodischer Signale durch ein kontinuierliches Frequenzspektrum dargestellt wird.
- Periodische Signale werden als Multiplikate der Grundfrequenz (f_o) dargestellt = Spektralanalyse.

Prof. Hermann Schwameder

3

Darstellung eines Signals im Zeitspektrum und Frequenzbereich



Prof. Hermann Schwameder

4

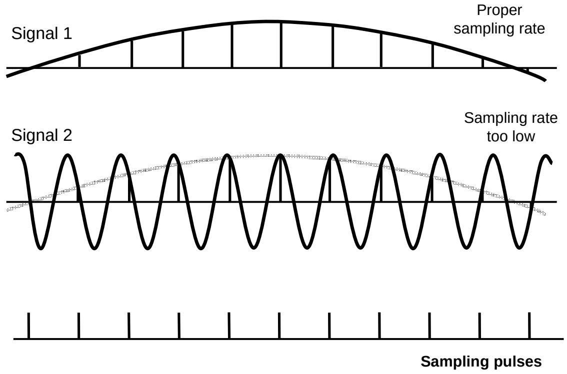
Sampling Theorem

- Beim Verarbeiten von zeitlich variierenden Daten müssen Sampling Gesetze beachtet werden.
- Das zu verarbeitende Signal muss mit einer Frequenz, die mindestens dem Zweifachen der höchsten Signalfrequenz entspricht, abgetastet werden (Nyquist-Kriterium)
- Wird ein Signal mit einer zu niedrigen Frequenz abgetastet, entstehen “aliasing” Fehler.

Prof. Hermann Schwameder

5

Sampling von zwei Signalen



Prof. Hermann Schwameder

6

Signal versus Rauschen

- Bei periodischen Bewegungen besteht das Signal aus Vielfachen einer Grundfrequenz.
- Mit “Rauschen” oder “Lärm” bezeichnet man jene Teile eines Signals, die nicht durch den Bewegungsprozess selbst entstanden sind.
- Beim Weiterverarbeiten von Signalen wird vorhandener Lärm zu einem Problem.
- Durch unlinearer Rechenvorgänge (z.B. differenzieren, integrieren,...) entstehen Multiplikatoreffekte, die zur Verfälschung der Daten führen.

Prof. Hermann Schwameder

7

- Signal (n Harmonien):

$$x = x_n \sum_{n-1}^{n} \sin(n\omega_o t + \theta_n)$$

ω_o … Grundfrequenz
n … Anzahl der Harmonien
x_n … Amplitude der n-ten Harmonie
θ_n … Phase der n-ten Harmonie

- Geschwindigkeit v_x:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = n\omega_o x_n \sum_{n-1}^{n} \cos(n\omega_o t + \theta_n)$$

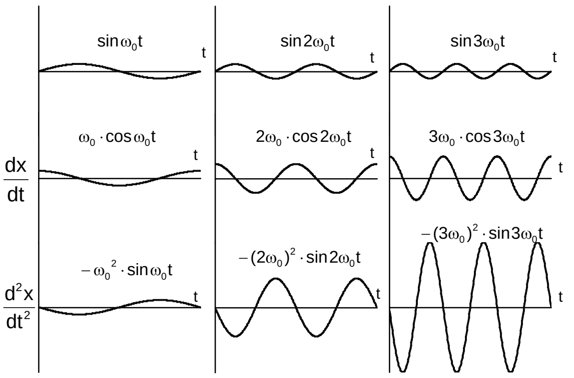
- Beschleunigung a_x:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -(n\omega_o)^2 x_n \sum_{n-1}^{n} \sin(n\omega_o t + \theta_n)$$

Prof. Hermann Schwameder

8

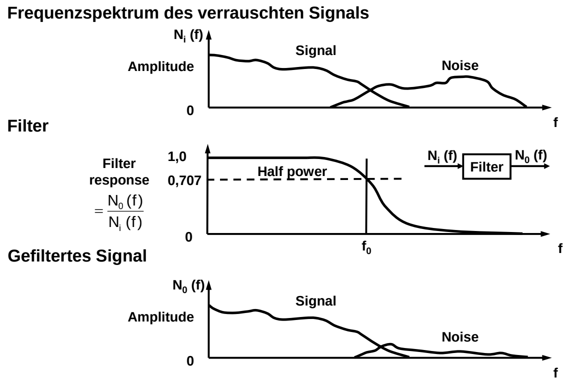
Veränderung der Amplitude durch Differenzieren von Signalen mit ansteigender Frequenz nach der Zeit



Prof. Hermann Schwameder

9

Digitale Filter / Glätten von Daten



Prof. Hermann Schwameder

10

Digitale Filter / Glätten von Daten

- Das Filtern von Daten zielt auf die Unterdrückung oder Eliminierung einzelner Frequenzen ab.
- Lässt ein Filter die unteren Frequenzbereiche unbeeinträchtigt, während in den höheren Bereichen eine Unterdrückung und Reduktion des Signals erfolgt, spricht man von einem Tiefpassfilter.
- Die Frequenzreaktion durch einen Filter ist das Verhältnis zwischen dem Ausgangssignals $X_o(f)$ und dem Eingangssignal $X_i(f)$ des Filters bei jeder vorhandenen Frequenz.

Prof. Hermann Schwameder

11

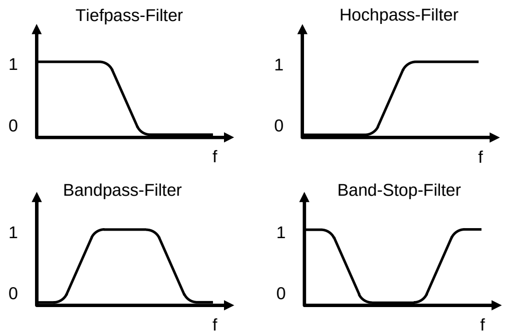
Digitale Filter / Glätten von Daten

- Bei der Wahl der Cut-off Frequenz müssen Kompromisse gemacht werden.
- fc niedrig gewählt: Signal stark beeinträchtigt - Rauschen reduziert
- fc hoch gewählt: Signal unberührt - Lärm kaum reduziert
- Achtung Phasenverschiebung: gefilterte Daten nochmals in entgegengesetzte Richtung filtern

Prof. Hermann Schwameder

12

Diverse Filter



Prof. Hermann Schwameder

13

Tiefpassfilter bei kinematischen Daten

- Format eines Butterworth Filters 2. Ordnung:

$$f'(t_i) = a_o f(t_i) + a_1 f(t_{i-1}) + a_2 f(t_{i-2}) + b_1 f'(t_{i-1}) + b_2 f'(t_{i-2})$$

$f(t_i)$ … Eingangssignal
$f'(t_i)$ … Ausgangssignal
a_0, a_1, a_2, b_1, b_2 … Filterkoeffizienten

Prof. Hermann Schwameder

14

Tiefpassfilter bei kinematischen Daten

- Die Ordnung eines Filters bestimmt die Schärfe (Steilheit) des Cut-offs.
- Koeffizienten: man muß das Verhältnis zwischen der Abtastfrequenz und der Cut-off Frequenz bilden.
- Werte für die entsprechenden Koeffizienten findet man in Koeffiziententabellen

Prof. Hermann Schwameder

15

Bestimmung der cut-off Frequenz (nach Challis)

- Ein Signal besteht aus zwei Teilen.

$f(t) = g(t) + e(t)$

$r(t) = f`(t) - f(t)$

Prof. Hermann Schwameder

16

Cut-off Frequenz

- Autokorrelation ist das Durchschnittsprodukt eines Signals und einer zeit-verschobenen Version desselben.

$$R_{ss}(L) = 1/(n-L)\sum_{i=1}^{n-L} S_i \cdot S_{i+L} \quad L = 0,1,2,....,n-1$$

L … Wert der Verzögerung
n-1 … maximale Verzögerung

- Die gewählte Cut-off Frequenz minimiert diese Gleichung.

$$A = \sum_{L=1}^{m} Rss(L)^2$$

Prof. Hermann Schwameder

17

Wegverlauf der
y-Koordinate des Sprunggelenks

Butterworth low-pass filter

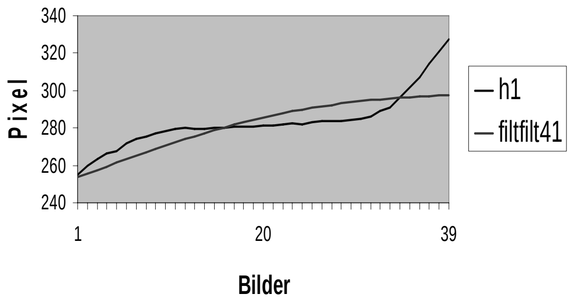
1. - 4. Ordnung

Cut-off Frequenz 1 - 9

Prof. Hermann Schwameder

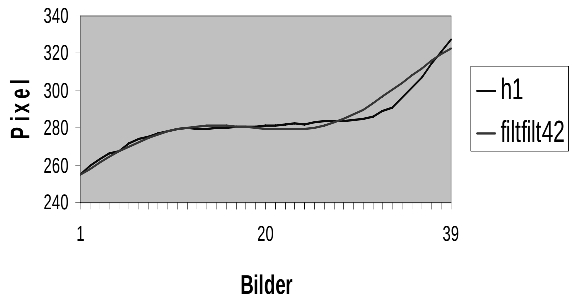
18

Cut-off Frequenz: 1 Hz



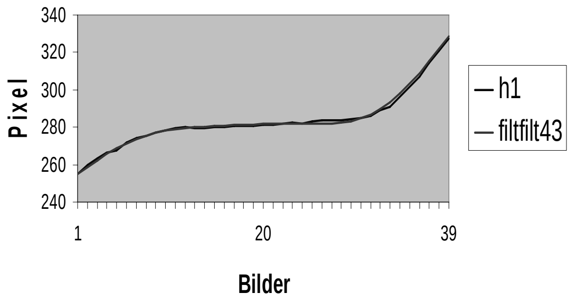
Prof. Hermann Schwameder
19

Cut-off Frequenz: 2 Hz



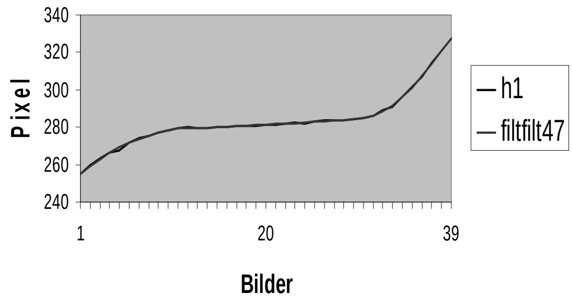
Prof. Hermann Schwameder
20

Cut-off Frequenz: 3 Hz



Prof. Hermann Schwameder
21

Cut-off Frequenz: 7 Hz



Prof. Hermann Schwameder
22