Wiederholung

- Statistische Überprüfung von Hypothesen
- Überprüfung von Unterschieden
- Welche Voraussetzungen sind zu prüfen?
- Welche Verfahren gibt es zur Überprüfung von Unterschieden?
- Welche Chi-Quadrat-Verfahren gibt es?
- „Kochrezept“ zur Überprüfung eines Unterschieds

Cochran Q-Test

0. Allgemeines:

Der Cochran Q-Test ist eine Erweiterung des Mc-Nemar-Tests für mehr als zwei Stichproben.

1. Problemstellung:

Für mehrere abhängige Messungen wird überprüft, ob die Unterschiede bzgl. eines alternativ verteilten Merkmals signifikant sind.

2. Hypothesen:

H0: Die vorliegenden Unterschiede zwischen den Stichproben (Messungen) sind zufällig.

H1: die vorliegenden Unterschiede zwischen den Messungen sind überzufällig.

Cochran Q-Test

3. Voraussetzungen:
   - Die k Messungen sind voneinander abhängig
   - zwischen der Messzeitpunkten sind Veränderungen zu beobachten
   - es liegen dichotome Veränderungen vor

4. Berechnung:

$$Q = \frac{(k-1)\times\left[k\times\sum_{j=1}^{k} T_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{k} T_j\right)^2\right]}{k\times\sum_{i=1}^{n} L_i - \sum_{i=1}^{n} L_i^2}$$

k = Anzahl d. Messungen d. Untersuchungen

n = Anzahl der Vpn;

Tj = Summe der positiven (1sen) Ergebnisse über die Messzeitpunkte (Spalten)

Li = Summe der positiven (1sen) Ergebnisse über die Vpn (Zeilen)

Cochran Q-Test

- Berechnung der Freiheitsgrade: df = k-1

5. Signifikanzprüfung:

   Errechneter Wert < Tabellenwert à H0 annehmen

   Errechneter Wert > Tabellenwert à H0 ablehnen

6. Interpretation

Beispiel Cochran Q-Test

1. Problemstellung:

   In einem Kinderhospital werden 15 bettnässende Kinder behandelt. In einem Abstand von jeweils 5 Tagen wird registriert (4 Messzeitpunkte), welches Kind eingenässt hat (+) und welches nicht (-).

2. Hypothesen:

   H0: Es bestehen keine Unterschiede zwischen den vier Messzeitpunkten.

   H1: Es besteht ein signifikanter Unterschied zwischen den vier Messzeitpunkten.

3. Voraussetzungen:

   Alle Voraussetzungen sind erfüllt:

Cochran Q-Test

	Nr.	1. Msszpkt	2. Msszpkt	3. Msszpkt	4. Msszpkt	L_i	L_i^2
Kind	1	+	+	+	-	3	9
	2	+	-	-	-	1	1
	3	+	+	+	+	4	16
	4	+	+	-	-	2	4
	5	+	+	-	-	2	4
	6	-	+	+	-	2	4
	7	+	-	-	-	1	1
	8	+	+	+	+	4	16
	9	+	-	+	-	2	4
	10	+	-	-	-	1	1
	11	-	-	-	-	0	0
	12	+	+	-	-	2	4
	13	+	-	+	+	3	9
	14	+	+	-	-	2	4
	15	+	+	-	-	2	4
	$\sum$	T1 = 13	T2 = 9	T3 = 6	T4 = 3	31	81

Cochran Q-Test

4. Berechnung:

   $Q = (4-1)x[4x(13^2+9^2+6^2+6^2)-31^2] / 4x31-81 = 15,28$

   Freiheitsgrade: df = 4-1

5. Signifikanzprüfung

   df = 3; p=.05 à 7,81 à empirisch ermittelter Wert > kritischer Wert

   à H0 wird verworfen

6. Interpretation

   Die Häufigkeit des Einnässens unterscheidet sich an den vier untersuchten Tagen.

Cochran Q-Test – McNemar-Test

1. Problemstellung:

   Will man zudem wissen, ob die Häufigkeit am ersten Untersuchungstag größer ist als zum Beispiel am vierten Untersuchungstag, kann ein McNemar-Test durchgeführt werden.

4. Berechnung:

   b=10 und c=0

		4. Mzpkt		$\sum$
		+	-	
1. Mzpkt	+	3	10	13
	-	0	2	2
$\sum$		3	12	15

McNemar

- $Chi^2=(10-0)^2/(10+0)=10$

5. Signifikanzprüfung:

df=1; p= .01 à 6.63 à empirisch ermittelter Wert > theoretischer Wert

à H0 wird verworfen

6. Interpretation:

Am vierten Untersuchungstag nässen weniger Kinder ein als am ersten Untersuchungstag

Maße für die Kontingenz

- Information:

  Ist der Chi-Quadrat-Test *signifikant*, gibt der Kontingenzkoeffizient den Grad der Abhängigkeit (Ausmaß der Wechselwirkung) zwischen den untersuchten Merkmalen an.

- Drei Maße:

1. Kontingenzkoeffizient C:

$$C=\sqrt{\frac{CHI^2}{CHI^2+N}}$$

2. Kontingenzkoeffizient PHI:

$$PHI=\sqrt{\frac{CHI^2}{N}}$$

3. Kontingenzkoeffizient V:

$$V=\sqrt{\frac{CHI^2}{N\times(L-1)}}$$

Maße für die Kontingenz

- Korrelationskoeffizient Phi:

  Verwendbar bei zwei alternativ verteilten Merkmalen. Ist also auf Vierfeldertafeln beschränkt. Nimmt Werte zwischen -1 und +1 an.

- Korrelationskoeffizient C:

  Verwendbar bei beliebig großen Tabellen, aber nicht bei verschieden großen Tabellen. Nimmt Werte zwischen 0 (kein Zusammenhang) und 1 (hoher Zusammenhang) an.

- Korrelationskoeffizient V:

  Verwendbar bei beliebig großen Tabellen und verschieden großen Tabellen. Nimmt Werte zwischen 0 (kein Zusammenhang) und 1 (hoher Zusammenhang) an.

Beispiel für die Kontingenzmaße

- Ein Chi-Quadrat-Test (Chi^2 = 7.5) ergibt einen signifikanten Unterschied zwischen Jungen und Mädchen hinsichtlich der Lösungswahrscheinlichkeiten.
- Phi = .612
- C = .522
- V = .612
- Die numerischen Ergebnisse können voneinander abweichen.
- Im Falle von Vierfeldertafeln sind Phi und V äquivalent.

Bisher – Im Folgenden

Bisher:

Verfahren bei nominalskalierten Daten:

2 Stichproben — mehr als 2 Stichproben

2 Stichproben		mehr als 2 Stichproben	
Unabhängig	abhängig	unabhängig	abhängig
↓	↓	↓	↓
Chi-Quadrat	McNemar	Chi-Quadrat	Cochran Q-Test

Im Folgenden:

Verfahren bei ordinalskalierten Daten:

2 Stichproben	
unabhängig	abhängig
↓	↓
Mann-Withney U	Wilcoxon

Mann-Whitney U-Test

1. Problemstellung:

   Es werden Rangsummen zweier unabhängiger Stichproben bzgl. eines bestimmten Merkmals verglichen.

2. Hypothesen:

   H0: Die beiden Stichproben unterscheiden sich nicht signifikant bzgl. des beobachteten Merkmals. Aufgetretene Unterschiede sind zufällig.

   H1: Die beiden Stichproben unterscheiden sich signifikant bzgl. des beobachteten Merkmals.

3. Voraussetzungen:

   - Die Daten müssen mindestens Ordinalskalenniveau haben
   - Die Stichproben müssen voneinander unabhängig sein

Mann-Whitney U-Test

4. Berechnung:

   In Abhängigkeit von n1 und n2

5. Signifikanzprüfung:

   In Abhängigkeit von n1 und n2

6. Interpretation

Mann-Whitney U-Test

- U-Test für kleine Stichproben: n1, n2 < 9
- U-Test für mittlere Stichproben: n1 oder n2 > 9 und < 20
- U-Test für große Stichproben: n1 oder n2 > 20

U-Test für kleine Stichproben

4. Berechnung:

- Die Messwerte aller Vpn werden in eine Rangreihe gebracht
- Es wird ausgezählt, wie oft Werte aus Gruppe 1 vor Werten aus Gruppe 2 stehen
  à U
- U´ ist die Anzahl der Werte aus Gruppe 2, die vor Werten aus Gruppe 1 stehen.
- $n1 \times n2 = U + U´$

5. Signifikanzprüfung:

Es wird der kleinere von den beiden U Werten verwendet.

emp. U-Wert $\geq$ theoretischer U-Wert à H0 trifft zu

emp. U-Wert $<$ theoretischer U-Wert à H1 trifft zu

Beispiel U-Test für kleine Stichproben

1. Problemstellung:
   Nach einem Trainingsprogramm erreichten die Schüler aus der Versuchsgruppe und Kontrollgruppe folgende Kraftleistungen.

VG	60,	43,	63,	61,	55	N1=5
KG	54,	47,	57,	64		N2=4

Rangordnung aller Messwerte mit Gruppenzugehörigkeit

V1	K1	K2	V2	K3	V3	V4	V5	K4
43	47	54	55	57	60	61	63	64

4. Berechnung:
   Nun wird ausgezählt, wie oft ein V vor einem K steht.

V1	K1	K2	K2	K3	=	4
V2			K3	K4	=	2
V3				K4	=	1
V4				K4	=	1
V5				K4	=	1
					=	9

Beispiel U-Test für kleine Stichproben

- Umgekehrt kann man auch auszählen, wie oft ein K vor einem V steht. Es ergibt sich dann U' = 11. Es wird nun die Probe gerechnet:

  U + U' = N1 x N2
  9 + 11 = 5 x 4

- Für die Prüfung von H0 wird der kleinere U-Wert verwendet. Für N1 = 5, N2 = 4 ergibt sich ein theoretischer U - Wert von 2 (vgl. Tab. 6a). Der empirische U - Wert ist größer, d.h. die Nullhypothese wird beibehalten. Das Trainingsprogramm zeigte also offensichtlich keine statistisch nachweisbare Wirkung.